

UM FKKT  
Kemijska tehnologija  
Bolonjski visokošolski program

Vpisna številka:  
Ime priimek:

3. test pri predmetu MATEMATIKA II - računski del  
17. 6. 2013

Čas reševanja je **75 minut**. Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*

1. [20] Reši matrično enačbo

$$X = A^T + AX,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}.$$

2. [20] V odvisnosti od realnega parametra  $a$  reši sistem enačb

$$ax + 3y = -1$$

$$-ay + z = 1 - a$$

$$2y - z = 1.$$

3. [20] Reši sistem diferencijalnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 4y \\ \dot{y} &= -x + 6y.\end{aligned}$$

UM FKKT  
Kemijska tehnologija  
Bolonjski visokošolski program

Vpisna številka:  
Ime priimek:

3. test pri predmetu MATEMATIKA II - teoretični del  
17. 6. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in priročnikov ni dovoljena.*
1. [10] Na primeru pokaži, da je množenje matrik asociativna operacija, ni pa komutativna.

2. [15] Dokaži trditev:

Če je  $\det(A) \neq 0$ , tedaj je  $A$  obrnljiva.

3. [15] Defniraj lastne vrednosti in lastne vektorje kvadratne matrike  $A$  ter na kratko pojasni postopek njihovega iskanja.

UM FKKT  
Kemijska tehnologija  
Kemija  
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:  
Ime priimek:  
Smer:

3. test pri predmetu MATEMATIKA II - računski del  
17. 6. 2013

Čas reševanja je **75 minut**. Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig in zapiskov ni dovoljena.*
- *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator (ki ne izrisuje grafov), matematični priročnik in pripravljeni listi s formulami.*

1. [20] Reši matrično enačbo

$$(XA)^T - 3B^T = 3A - BX^T,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$

2. [20] V odvisnosti od realnega parametra  $a$  reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax + 4z &= 1 \\ x + (a+1)y + 5z &= 2 \\ x + az &= -a - 1. \end{aligned}$$

3. [20] Izračunaj determinanto matrike  $A \in M_n(\mathbb{R})$

$$A = \begin{bmatrix} x & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ -2 & x & 2 & \dots & 2 & 2 \\ -2 & -2 & x & \dots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -2 & -2 & -2 & \dots & x & 2 \\ -2 & -2 & -2 & \dots & -2 & x \end{bmatrix}.$$

(Če ne znaš za poljuben  $n \in \mathbb{N}$ , izračunaj za  $n = 6$ . Naloga je v tem primeru vredna **10** točk.)

UM FKKT  
Kemijska tehnologija  
Kemija  
Bolonjski univerzitetni program

Vpisna številka:  
Ime priimek:  
Smer:

3. test pri predmetu MATEMATIKA II - teoretični del  
17. 6. 2013

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in priročnikov ni dovoljena.*
1. [10] Dokaži trditev:  
Če je  $\det(A) \neq 0$ , tedaj je  $A$  obrnljiva.

2. [10] Dokaži, da za matriki  $A$  (reda  $n \times k$ ) in  $B$  (reda  $k \times m$ ) velja zveza:

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

3. [10] Utemelji postopek iskanja obratne matrike  $A^{-1}$  z Gaussovo eliminacijo na razširjeni matriki  $[A|I]$ .

4. [10] Podaj primer homogenega sistema linearnih enačb velikosti  $6 \times 6$ , ki bo netrivialno rešljiv.

### 3. partial test from Mathematics II 17. 6. 2013

1. [15] Solve the matrix equation

$$AX = B,$$

where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. [15] Find  $A^{-1}$  of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -7 \end{bmatrix}.$$

3. [15] Let  $a$  be real parameter. Solve the system of equations

$$\begin{aligned} ax + y &= 1 \\ x + ay &= a. \end{aligned}$$

4. [15] Find the determinant of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Faculty of Chemistry and Chemical Engineering

University of Maribor

Time: **40 minutes.**

Students number:

Students name:

3. partial test from Mathematics II - theory

17. 6. 2013

1. **[20]**

- (a) **[10]** Let  $A$  be a square matrix. When can we find an inverse matrix  $A^{-1}$ ?
- (b) **[10]** Write down an example of such a matrix  $A$  of order 2 and calculate the inverse matrix  $A^{-1}$ .

2. [20] Explain the Cramer's rule for solving a system of linear equations.