

3. test pri predmetu MATEMATIKA II  
16. 6. 2014

Čas reševanja je **75 minut**. Navodila:

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{2y}{\sqrt{x^2 - 1}} = 2x(x + \sqrt{x^2 - 1})\sqrt{y}$$

pri pogoju  $y(1) = 0$ .

2. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y''' + 4y'' = x^2 - 13y'.$$

3. [20] Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y \\ \dot{y} &= -2x + 5y.\end{aligned}$$

3. test pri predmetu MATEMATIKA II  
16. 6. 2014

Čas reševanja je **75 minut**.

**Navodila:**

- Pripravi osebni dokument.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov in kalkulatorja ni dovoljena.
- Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.

1. [20] V sodu je v 500 litrih slane vode 15% soli. V sod doteka slana voda s hitrostjo 2 litra na minuto, ki vsebuje 5% soli, hkrati pa enaka količina dobro premešane slane vode tudi odteče iz soda.

(a) Zapiši diferencialno enačbo, ki opisuje spremembo koncentracije soli in jo reši.

(b) V kolikšnem času bo v sodu 10% soli?

2. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 4y' = 2 \sin x \cos 3x - 13y.$$

3. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{2y}{\sqrt{x^2 - 4}} = 8\sqrt{y}.$$

Pomoč:  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - a^2} - \frac{1}{2}a^2 \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + C.$

3. test pri predmetu MATEMATIKA I-teoretični del  
16. 6. 2014

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Dovoljena so samo pisala.*
- *Vsak odgovor utemelji.*

1. **[10]** Podaj primer homogene diferencialne enačbe prvega reda in jo tudi reši.
2. **[10]** Izpelji metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo drugega reda

$$y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x).$$

3. **[10]** Utemelji, kako se izraža rešitev homogene diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti, če ima pripadajoči karakteristični polinom dvojno realno ničlo.
4. **[10]** Utemelji, zakaj rešujemo sisteme diferencialnih enačb s pomočjo lastnih vrednosti in lastnih vektorjev matrike koeficientov.

3. test pri predmetu MATEMATIKA II-teoretični del  
16. 6. 2014

Čas reševanja je **40 minut**. Navodila:

- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Dovoljena so samo pisala.
- Vsak odgovor utemelji.

1. [10] Zapiši v splošni obliki Riccattijevo diferencialno enačbo, opiši potek njenega reševanja v splošnem in podaj konkretni primer take diferencialne enačbe (ni je potrebno rešiti).

2. [10] Izpelji metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo tretjega reda

$$y''' + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x).$$

3. [15] Prevedi Eulerjevo diferencialno enačbo tretjega reda funkcije  $y = y(x)$  z vpeljavo ustrezne nove spremenljivke  $x = x(t)$  na linearno diferencialno enačbo tretjega reda s konstantnimi koeficienti.

4. [5] Podaj primer homogene linearne diferencialne enačbe drugega reda, ki nima konstantnih koeficientov in se da rešiti s pomočjo razvoja v potenčno vrsto oblike

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$