

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

13. 6. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y'x^2 = y^2 + \frac{5}{4}x^2.$$

2. [20] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' + 8y' = 3x^2.$$

3. [20] Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\dot{x} = x - 4y$$

$$\dot{y} = -4x + y$$

$$\dot{z} = 2z.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Računski del
13. 6. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$xy' + y \ln x + \frac{1}{2}y^3 e^{\ln^2 x} = 0,$$

ko poteka skozi točko $T(1, 2)$.

2. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

3. [20] Populacija se spreminja po zakonu

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R}{M}(M - p)p,$$

kjer je t čas, p populacija, R koeficient rodnosti in M maksimalno število v populaciji.

- (a) Poišči funkcijo, ki opisuje spremembo populacije.
- (b) Kmet kupi za nadaljno rejo 10 zajcev. Ocenjuje, da je maksimalno število zajcev za katere lahko zagotovi prostor in hrano 100. V prvih treh mesecih po nakupu ima 15 zajcev. Koliko časa potrebuje, da bo imel 50 zajcev? Rezultat izrazi v letih. (Opomba: število zajcev se spreminja po zgoraj opisanem zakonu).

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
13. 6. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Podaj konkretni primer Bernoullijeve diferencialne enačbe za $\alpha = -\frac{1}{2}$ in jo prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo.

2. **[10]** Izpelji metodo variacije konstant za iskanje partikularne rešitve diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti

$$y'' + a_1y' + a_0y = f(x).$$

3. [15] Dana je diferencialna enačba drugega reda s konstantnimi koeficienti

$$y'' + a_1y' + a_0y = f(x).$$

Pokaži, da če sta funkciji

$$e^{\lambda_0 x} \quad \text{in} \quad e^{\lambda_0 x} x$$

obe rešitvi homogenega dela te diferencialne enačbe, tedaj je tudi funkcija

$$y = C_1 e^{\lambda_0 x} + C_2 e^{\lambda_0 x} x,$$

kjer sta C_1 in C_2 poljubni konstanti, rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti.

4. **[5]** Podaj konkretni primer linearne diferencialne enačbe višjega reda, ki nima konstantnih koeficientov.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
13. 6. 2016

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Izpelji Eulerjevo numerično metodo za reševanje diferencialnih enačb.

2. **[10]** Podaj konkretni primer Lagrangeove diferencialne enačbe in jo prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo.

3. [15] Dana je diferencialna enačba drugega reda s konstantnimi koeficienti

$$y'' + a_1y' + a_0y = f(x).$$

Pokaži, da če sta funkciji

$$e^{\lambda_0 x} \quad \text{in} \quad e^{\lambda_0 x} x$$

obe rešitvi homogenega dela te diferencialne enačbe, tedaj je tudi njuna linearna kombinacija rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti.

(Dokaži za natanko ti dve funkciji in ne za katerikoli.)

4. **[5]** Poišči interval veljavnosti začetne naloge

$$(x^2 - 1)y' - xy = 3(x + 1), y(-2) = 0.$$