

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

2. 6. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$xy' - 3y^{\frac{2}{3}} \ln x = 6y \ln x$$

pri pogoju $y(1) = 8$.

2. [20] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' - y'' - 5y' - 3y = -8e^{3x}.$$

3. [20] Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\dot{x} = 2x - y + z$$

$$\dot{y} = -2x + 3y$$

$$\dot{z} = z.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

2. 6. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, naližno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. **[20]** V dvoliterski posodi, ki je zgoraj odprta, je en liter vode. V posodo po cevi dovajamo 36% klorovodikovo kislino s hitrostjo 1 deciliter na minuto. Predpostavimo, da se v vsakem trenutku tekočini dobro premešata in da v primeru, če je posoda polna, mešanica višek mešanice odteče iz posode.

V kakšnem času bo v posodi 24% klorovodikova kislina?

2. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y = x\sqrt{y'} + \sqrt{(y')^3} - \frac{3}{2}y'.$$

3. [20] Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' = \ln x.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
2. 6. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** V splošni obliki zapiši homogeno diferencialno enačbo prvega reda in podaj primer take enačbe.

2. **[10]** V splošni obliki zapiši Bernoullijevo diferencialno enačbo, opiši postopek njenega reševanja, podaj konkretni primer za $\alpha = -\frac{3}{2}$ in ga prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo.

3. [10] Dokaži trditev:

Naj bo y_H splošna rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe (LDE) 2. reda in y_P neka partikularna rešitev LDE 2. reda. Tedaj je

$$y = y_H + y_P$$

splošna rešitev LDE 2. reda.

4. **[10]** Podaj konkretni primer linearne diferencialne enačbe 2. reda s konstantnimi koeficienti, za katero se da partikularna rešitev y_P poiskati le z uporabo variacije konstant. Nastavi pripadajoči sistem enačb za variacijo konstant (ni ga potrebno rešiti).

Vpisna številka

Priimek, ime

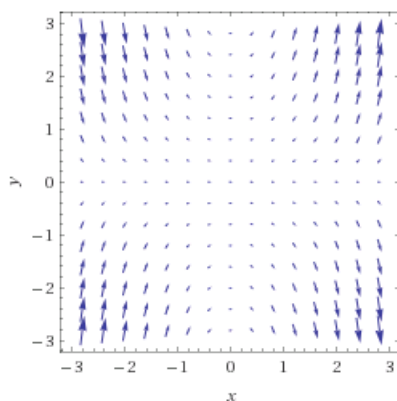
Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
2. 6. 2017

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. [5] Pojasni kaj prikazuje spodnja slika.



2. **[10]** Dokaži trditev:

Naj bosta y_1 in y_2 linearno neodvisni rešitvi homogenega dela linearne diferencialne enačbe (LDE) 2. reda in y_P neka partikularna rešitev LDE 2. reda. Tedaj je

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + y_P, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}$$

splošna rešitev LDE 2. reda.

3. [15]

- (a) [5] Zapiši splošno obliko Riccatijeve diferencialne enačbe in opiši postopek reševanja le-te.
- (b) [5] Podaj konkretni primer Riccatijeve diferencialne enačbe.
- (c) [5] Ali je lahko Bernoullijeva diferencialna enačba hkrati tudi Riccatijeve diferencialna enačba? Utemelji.

4. [10]

- (a) [5] Navedi eksistenčni izrek za linearne diferencialne enačbe.
(b) [5] Poišči interval veljavnosti začetne naloge

$$(e^x - 1)y' - xy = \tan x, \quad y\left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$$