

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

28. 5. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$4x^2y' + (x - y)^2 = 0.$$

2. [15] Reši diferencialno enačbo

$$xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$$

pri pogoju $y(1) = 1$.

3. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' - y'' = x + 1.$$

4. [15] Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\dot{x} = 3x + z$$

$$\dot{y} = 3y$$

$$\dot{z} = -2x + z.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

28. 5. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor natančno utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je 75 minut.*
-

1. [15] Reši diferencialno enačbo

$$xyy' - 2y^2 + x^2 = 0$$

pri pogoju $y(-1) = -1$.

2. **[15]** Nina je pozabila steklenico limonade na soncu in tako se je limonada segrela na 50°C . Da bi limonado karseda hitro ohladila na 20°C , je steklenico limonade postavila v mrzlo vodo temperature 5°C . Po desetih minutah v tej vodi je temperatura steklenice limonade padla na 30°C . Izračunaj koliko časa bo Nina čakala, da se bo steklenice limonade iz 30°C ohladila na 20°C .

Predpostavimo, da je se telo ohlaja po Newtonovem zakonu segrevanje oziroma ohlajanja (Newtonov zakon segrevanja oziroma ohlajanja pravi, da se temperatura telesa spreminja tako, da je hitrost spreminjanja temperature sorazmerna razliki temperature med telesom in okolico).

3. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xy' + y + (y')^2 = 0.$$

4. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$2y''' + 2y' = y'' + y + e^{\frac{x}{2}}.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
28. 5. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Zapiši v splošni obliki diferencialno enačbo prvega reda z ločljivima spremenljivkama in podaj primer take enačbe.

2. **[10]** Opiši metodo variacije konstant pri reševanju linearnih diferencialnih enačb 1. reda.

3. **[10]** Dokaži trditev:

Naj bosta y_1 in y_2 linearno neodvisni rešitvi homogenega dela linearne diferencialne enačbe (LDE) 2. reda. Tedaj je

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}$$

splošna rešitev homogenega dela LDE 2. reda.

4. **[10]** Zapiši sistem diferencialnih enačb v matrični obliki in utemelji, kako so lastne vrednosti in lastni vektorji matrike koeficientov povezani s sistemom diferencialnih enačb.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
28. 5. 2018

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - *Čas reševanja je 40 minut.*
-

1. **[10]** Dokaži trditev:

Če je y_H rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe (LDE) 1. reda in y_P neka partikularna rešitev LDE 1. reda, tedaj je $y_H + y_P$ splošna rešitev LDE 1. reda.

2. **[10]** Izpelji metodo variacije konstant za linearne diferencialne enačbe drugega reda.

3. [10]

- (a) [5] Definiraj interval veljavnosti pri obstoju rešitve linearne diferencialne enačbe.
- (b) [5] Podaj primer diferencialne enačbe, kjer je interval veljavnosti enak \mathbb{R} . Utemelji odgovor.

4. [10]

- (a) [5] Kateri tip diferencialnih enačb lahko rešujemo z vrstami?
- (b) [5] Kateri nastavek je potrebo uporabiti za reševanje diferencialne enačbe

$$x^2y'' + x(x - 1)y' + 3y = 0$$

s pomočjo vrste? Utemelji odgovor.