

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

4. 6. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
 - *Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xyy' - x^2 = 2y^2.$$

Poišči še rešitev te enačbe, ki zadošča pogoju $y(1) = -1$.

2. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$8 \ln x \sqrt[4]{y} - x^4 y' = 4x^3 y.$$

3. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y''' - 4y'' + 5y' = 75x^2.$$

4. [15] Poišči rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\dot{x} = z$$

$$\dot{y} = x + y - z$$

$$\dot{z} = x.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II

Računski del

4. 6. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
 - *Uporaba knjig, zapiskov, rešenih nalog in kalkulatorja ni dovoljena.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji ter ga jasno in nedvoumno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana oz. bo ocenjena z nič točkami.*
 - *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, nalivno pero, radirka, matematični priročnik in pripravljene listi s formulami.*
 - *Čas reševanja je **75 minut**.*
-

1. [15] Naj spremenljivka t predstavlja čas, naj bo $P(t)$ populacija v času t in naj bo k koeficient rodnosti/smrtnosti. Nadalje, populacija se v odvisnosti od časa spreminja po zakonu

$$P'(t) = \left(\frac{kt - 1}{t} \right) P(t).$$

- (a) Poišči kako se populacija izraža v odvisnosti od časa.
- (b) Leta 1800 je bila na našem planetu 1 milijarda ljudi, leta 2000 pa 6,1 milijarde ljudi. Izračunaj koliko je bilo ljudi v letu 1, če se populacija spreminja po zgornjem zakonu?

2. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xy' = y(1 + (\ln x - \ln y)^2).$$

Poišči še rešitev te enačbe, ki zadošča pogoju $y(1) = e$

3. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$2y' \cos x = 3 \cos^2 x - 1 + y^2.$$

4. [15] Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xy''' - y' = 1.$$

Vpisna številka

Priimek, ime

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
4. 6. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Zapiši v splošni obliki homogeno diferencialno enačbo (prvega reda), opiši postopek njenega reševanja ter podaj primer take enačbe (ni je potrebno rešiti).

2. [15]

- (a) [5] Podaj primer linearne diferencialne enačbe 2. reda, ki nima konstantnih koeficientov (ni je potrebno rešiti).
- (b) [10] Izpelji metodo variacije konstant za linearno diferencialno enačbo 2. reda.

3. [15]

- (a) [5] Podaj primer 3×3 sistema diferencialnih enačb (prvega reda).
- (b) [5] Zapiši sistem iz točke a) v matrični obliki.
- (c) [5] Utemelji postopek reševanja sistema diferencialnih enačb s pomočjo lastnih vrednosti in lastnih vektorjev matrike koeficientov.

Vpisna številka

Priimek, ime

Smer: K KT

3. test pri predmetu MATEMATIKA II
Teoretični del
4. 6. 2019

Navodila:

- *Pripravi osebni dokument.*
 - *Ugasni in odstrani mobilni telefon. Dovoljeni pripomočki so samo pisala.*
 - *Piši čitljivo, vsak odgovor utemelji in ga jasno podaj. V nasprotnem primeru celotna naloga ne bo točkovana.*
 - **Čas reševanja je 40 minut.**
-

1. **[10]** Prevedi diferencialno enačbo $x^3y'''(x) + x^2y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0$ na ustrezno linearno diferencialno enačbo s konstantnimi koeficienti (ni je potrebno rešiti).

2. [15]

- (a) [10] Zapiši v splošni obliki Lagrangeovo diferencialno enačbo in izpelji njeno prevedbo na linearno diferencialno enačbo (prvega reda).
- (b) [5] Podaj primer Lagrangeove diferencialne enačbe in jo prevedi na ustrezno linearno diferencialno enačbo (ni je potrebno rešiti).

3. [15]

(a) [10] Dokaži trditev:

Če sta y_1 in y_2 rešitvi homogenega dela linearne diferencialne enačbe 2. reda, tedaj je $y_H = C_1y_1 + C_2y_2$ tudi rešitev te iste diferencialne enačbe.

(b) [5] Kdaj je y_H iz točke (a) splošna rešitev homogenega dela linearne diferencialne enačbe 2. reda?