

## Uporaba v kemiji

**Naloga:** Dani so trije rezervoarji s slano vodo, ki imajo prostornino 20, 40 in 60 litrov. V prvi rezervoar (prostornine 20 litrov) priteka neslana voda, odteka pa dobro premešana voda v drugi rezervoar (prostornine 40 litrov), iz drugega rezervoarja odteka v tretji rezervoar, iz slednjega pa odteče na prosto. Pretok je 10 litrov na minuto.

Zapiši sistem diferencialnih enačb, ki prikazuje spreminjanje tekočine soli v rezervoarjih. Sistem tudi reši.

**Rešitev:** Označimo čas s spremenljivko  $t$ , koncentracije soli v času  $t$  v rezervoarjih pa s  $k_1(t)$ ,  $k_2(t)$  in  $k_3(t)$ .

Pri Matematiki II smo napisali naslednjo enačbo (za več glej vaje):

$$Vdk = \phi k_s dt - \phi k(t) dt,$$

kjer je  $V$  volumen rezervoarja,  $\phi$  pretok tekočine,  $k_s$  koncentracija pritoka,  $k(t)$  koncentracija v času  $t$ . Posledično imamo pri naši nalogi naslednje:

$$\begin{aligned} k_1'(t) &= -\frac{10}{20}k_1(t) \\ k_2'(t) &= \frac{10}{20}k_1(t) - \frac{10}{40}k_2(t) \\ k_3'(t) &= \frac{10}{40}k_2(t) - \frac{10}{60}k_3(t), \end{aligned}$$

kjer  $k_1'(t)$ ,  $k_2'(t)$  in  $k_3'(t)$  predstavljajo spremembo koncentracije v času  $t$ .

Opazimo, da so lastne vrednosti in ltni vektorji naslednji:  $\lambda_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $\vec{p}_1 = (-2, 4, -3)$ ,  $\lambda_2 = -\frac{1}{4}$ ,  $\vec{p}_2 = (6, -1, 3)$ ,  $\lambda_3 = -\frac{1}{6}$ ,  $\vec{p}_3 = (0, 0, 1)$ . Posledično je končna rešitev  $K(t) = C_1\vec{p}_1e^{\lambda_1 t} + C_2\vec{p}_2e^{\lambda_2 t} + C_3\vec{p}_3e^{\lambda_3 t}$ .