

## 1. domača naloga

Skupina odda en skupen izvod **pol ure pred prvim testom v kabinetu A-415**. Naloge naj bodo **zaporedoma in čitljivo rešene na bele liste ter vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem** <http://www.fkkt.um.si/ukemat/UniMat1.php>. Kasneje oddane domače naloge oziroma nečitljivo napisane in brez mape ne bodo upoštevane.

1. Nad množico realnih števil reši

(a)  $|x^2 + 2x - 3| - x = |x + 6|$ .

(b)  $||4 - x| - 2x| \leq 2$ .

2. Glede na realno število  $a$  poišči predpis in skiciraj graf funkcije  $f$ ,

$$f(x) = |x - 2a| + |x + a|.$$

Vse računsko utemelji.

3. V množici realnih števil poišči takšne  $x$  in  $y$ , za katere velja

$$|x - y + 1| + |x - 1| = 1.$$

Rešitev tudi natančno skiciraj v ravnini.

4. Poišči kompleksne rešitve naslednjih enačb

(a)  $z^5 + i\sqrt{64} = 0$ , ni v 2016/2017

(b)  $(z - 3i)^6 = 3 - \sqrt{3}i$ ,

5. Naj bo  $z \in \mathbb{C}$ . Preveri, da je  $\left| \frac{6z-i}{2+3iz} \right| = 1$  natanko tedaj, ko je  $|z| = \frac{1}{3}$ .

6. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$ . Poišči vsa kompleksna števila  $z$ , za katere velja  $|z| = 1$

$$i(\bar{z} - z^n) = \bar{z} + z^n.$$

Za  $n = 4$  predstavi rešitve v kompleksni ravnini.

7. Izračunaj

$$w = \frac{x^4}{4x + y^2},$$

če je  $x = 4.00 \pm 0.20$  in  $y = -1.25 \pm 0.05$ .

8. Naj bo  $a$  poljubno realno število. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za poljubno naravno število  $n$  velja

$$\underbrace{\sqrt{a^2 + \sqrt{a^2 + \dots \sqrt{a^2}}}}_n < |a| + 1.$$

(Koren se ponovi  $n$ -krat.)

9. Preveri, če za poljubno naravno število  $n$ ,  $n > 1$ , velja

$$\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}.$$

10. Dokaži, da za poljubno naravno število  $n$  velja

$$\frac{1}{2n} \leq \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n} \leq \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

Vse natančno utemelji!

11. Dana je množica

$$G = \left\{ \frac{a}{b} ; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}.$$

Na  $G$  vpeljemo operacijo  $\circ$  na naslednji način:

$$\frac{a}{b} \circ \frac{c}{d} = \frac{ad+c}{bd}.$$

Ali je  $(G, \circ)$  grupa? Ali je Abelova grupa? Vsak korak utemelji!

12. Naj bo  $\mathcal{U}$  univerzalna množica. Ali je  $G = \{A \mid A \subseteq \mathcal{U}\}$  skupaj z operacijo  $*$ , kjer je

$$A * B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A),$$

grupa? Utemelji!

13. Izračunaj

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}^{13}.$$

Kako bi izračunal

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}^{2017}?$$

14. (*Test 2017/2018*) Naj bo  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  funkcija in  $G = \mathbb{Z}$ . Za poljubna  $x, y \in \mathbb{Z}$  naj bo

$$x * y = f(x) + f(y).$$

- (a) **[10]** Ali je  $(G, *)$  grupa, če je  $f(x) = x + 1$ ?  
 (b) **[10]** Ali je  $(G, *)$  grupa, če je  $f$  bijektivna preslikava?

15. (*Test 2017/2018*) Določi  $A \cap B$ , če je

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq |y| - |y+1| \leq 1\}$$

in

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ||x - y| - 3x + y| \leq 1\}.$$

Rešitev natančno nariši.

16. (*Test 2017/2018*) Nad množico kompleksnih števil reši enačbo

$$z^6 + \sqrt{3}z^3 = i\sqrt{3} - 1.$$