

## 2. domača naloga

Skupina odda en skupen izvod **pol ure pred prvim testom v kabinetu A-415**. Naloge naj bodo **zaporedoma in čitljivo rešene vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem** <http://www.fkkt.um.si/ukemat/UniMat1.php>. Kasneje oddane domače naloge oziroma nečitljivo napisane in brez mape ne bodo upoštevane.

### 1. Izračunaj

$$(a) \int \sqrt{\frac{\arcsin(2x)}{1-4x^2}} dx,$$

$$(b) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx,$$

$$(c) \int \frac{\ln x}{x\sqrt{4-\ln x}} dx,$$

$$(d) \int e^{2x}(x - \sin(3x))dx,$$

$$(e) \int x^3 \operatorname{atan}(4x) dx,$$

$$(f) \int \sin(\sqrt{x}) dx,$$

$$(g) \int \frac{x^2 - 9x - 12}{(x^2 + 16)(x - 4)} dx,$$

$$(h) \int \frac{x^3}{(x^2 + 9)^3} dx,$$

$$(i) \int \frac{3x^3 + 3}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx,$$

$$(j) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 9} + x^2} dx$$

$$(k) \int \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^x}} dx,$$

$$(l) \int \frac{\sqrt{e^{-2x} - 1}}{e^{-2x}} dx,$$

$$(m) \int \sqrt{\frac{x+2}{x}} dx,$$

$$(n) \int \frac{\sin x}{\sin^2 x + \cos x} dx,$$

$$(o) \int \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx,$$

$$(p) \int \frac{\sin^2 x}{\cos x + 1} dx,$$

- (q)  $\int \sin^7 x \cos^5 x \, dx$ ,
- (r)  $\int \arccos^2(x) \, dx$ ,
- (s)  $\int \frac{1}{\operatorname{sh} x \operatorname{ch}^2 x} \, dx$ ,
- (t)  $\int \ln \left( \frac{1-x}{x^2+x+1} \right) \, dx$ .
2. Naj bo  $\mathcal{L}$  lik v prvem kvadrantu ravnine, ki je omejen z grafoma funkcij  $f_1$  in  $f_2$ , ki sta podani s predpisoma  $f_1(x) = \sqrt{2-x}$  in  $f_2(x) = 8-4x$ , ter ordinatno osjo.
- (a) Skiciraj lik  $\mathcal{L}$  in izračunaj njegov obseg.
- (b) Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki ga dobimo tako, da lik  $\mathcal{L}$  zavrtimo okoli ordinatne osi.
3. Izračunaj dolžino loka funkcije
- $$f(x) = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \frac{\sqrt{-2 \cos t - \cos^2 t}}{\cos t + 1} \, dt$$
- na intervalu  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ .
4. Naj bo  $a > 1$ . Izračunaj dolžino krivulje, ki je podana takole
- $$y = a \ln \left( \frac{a^2}{a^2 - x^2} \right), \quad x \in \left[ -\frac{a}{2}, \frac{a}{2} \right].$$
5. Lik  $\mathcal{L}$  v ravnini je določen z  $x = y^2 + 1$  in  $y = x - 3$ .
- (a) Izračunaj ploščino lika.
- (b) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem lika  $\mathcal{L}$  okoli osi  $y$ .
6. Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana s predpisom  $y = \sqrt{2x - x^2}$ .
- (a) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem krivulje  $\mathcal{K}$  okoli osi  $x$ .
- (b) Izračunaj površino rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem krivulje  $\mathcal{K}$  okoli osi  $y$ .
7. Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \sqrt{\sin^3 x \cos(3x)}$ . Določi (en) interval med dvema ničloma funkcije  $f$ , kjer je  $f$  definirana. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane pri vrtenju grafa funkcije  $f$ , okoli prej določenega intervala.

8. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem elipse  $x^2 - 4x + 4y^2 = 0$  okoli osi  $y$ . Elipso tudi skiciraj.
9. Izračunaj volumen rotacijskega telesa, ki nastane z vrtenjem pravokotnega trikotnika z oglišči  $(-2, 0)$ ,  $(0, 0)$  in  $(0, 2)$ , okoli premice  $x = 1$ .
10. Izračunaj ploščino območja pod grafom funkcije  $f$ ,  $f(x) = \frac{\arctan x}{x^4 + x^2}$ , na intervalu  $[1, \infty)$ .
11. Poišči volumen območja, ki ga dobimo pri vrtenju grafa funkcije  $f$ ,  $f(x) = x\sqrt{e^{-x^2}}$ , okoli osi  $x$  za nenegativne  $x$ -e. Vse izpelji in računsko utemelji.
12. Izračunaj

$$\int_0^1 \ln(2x^2 + x) dx.$$

13. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$ . Izračunaj  $\int_0^\infty \frac{x^n - 1}{x - 1} e^{-x} dx$ .

14. S trapeznim in Simpsonovim pravilom izračunaj

$$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

za  $t = 0.5$ . Koliko se razlikuje z določenim integralom, ki ga izračunamo direktno?