

Skupina odda en skupen izvod **pol ure pred testom v kabinetu A-415**.  
Naloge naj bodo

1. reševane na bele ali črtaste A4 liste,
2. reševane zaporedoma,
3. čitljivo zapisane,
4. vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem, ki najdete na <https://www.fkkt.um.si/ukemat/VpisniList.pdf>.

## 2. domača naloga

1. Izračunaj odvod funkcije  $f$ , ki je podana s predpisom  $f(x) = e^x \cdot x^{2x}$ .
2. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in  $f(x) = \sin(2x)$ . Izračunaj  $f^{(n)}(x)$ .
3. Poišči enačbo tiste tangente na graf funkcije  $f$ ,  $f(x) = 2 + x - x^2$ , ki je vzporedna s premico z enačbo  $y + 3x = \sqrt{3}$ . Pod katerim kotom ta tangenta seka os  $x$ .
4. Krivulja  $\mathcal{K}$  je podano z enačbo  $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$ . Naj bo  $t$  tangenta na krivuljo  $\mathcal{K}$  v sečišču krivulje  $\mathcal{K}$  s simetralo lihih kvadrantov, kjer je prva koordinata sečišča različna od 0. Poišči enačbe vseh takšnih tangent  $t$  in preveri, da je vsaka takšna tangenta  $t$  pravokotna na simetralo lihih kvadratov.
5. S pomočjo diferenciala izračunaj razliko med 15 in  $\sqrt{224}$ .
6. Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x + 2 \ln x}{2x - 1} \right)^{\frac{1}{1-x}}.$$

7. Naj bosta  $a > b > 0$ . Dokaži

$$|\arctan b - \arctan a| \leq |b - a|.$$

Namig: lahko si pomagaš z Lagrangeovim izrekom.

8. Funkcijo  $f$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{1}{3x + 10},$$

razvij v Taylorjevo vrsto v okolici točke  $a = -2$  in določi njeno konvergenčno območje.

9. Razvij funkcijo  $f$ ,  $f(x) = (x + 2) \ln(3 + x)$ , v Taylorjevo vrsto v okolici  $a = -2$  in določi njeno konvergenčno območje. S pomočjo le-te izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}.$$

Vse korake izpelji in jih natančno utemelji!

10. Z uporabo odvodov čimbolj natančno nariši graf funkcije

(a)  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$

(b)  $f(x) = \sqrt{x}(x+1)$ ,

(c)  $f(x) = x^2 e^{-x}$ ,

(d)  $f(x) = x + \sqrt[3]{\frac{1}{4} - x^3}$ .

( $D_f$ , ničle, poli, asimptote, obnašanje na robu  $D_f$ , stacionarne točke, ekstremi, monotonost, konveksnost in konkavnost).

11. Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ . Na območju, kjer je funkcija  $f$  naraščajoča, med abscisno osjo in grafom funkcije včrtamo trikotnik tako, da ena stranica trikotnika leži na abscisni osi. Izmed vseh takšnih trikotnikov poišči tistega z največjo ploščino. Koliko meri ploščina tega trikotnika?
12. Med vsemi valji s površino  $\pi$  poišči tistega, ki ima največji volumen. Volumen tega valja tudi izračunaj.