1. domača naloga

Skupina odda en skupen izvod **pol ure pred prvim testom v kabinetu A-415**. Naloge naj bodo **zaporedoma in čitljivo rešene na bele liste ter vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem** http://www.fkkt.um.si/ukemat/UniMatA.php.
Kasneje oddane domače naloge oziroma nečitljivo napisane in brez mape ne bodo upoštevane.

1. Funkcija f je podana s predpisom $f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$.
   (a) Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga natančno nariši.
   (b) Izračunaj enačbe nivojnic in jih skiciraj.
   (c) Poišči prereze nad $x = 0$, $y = 0$, $y = x$ in $y = -x$ ter jih skiciraj.
   (d) Nariši graf funkcije f.

2. Funkcija f je podana s predpisom $f(x,y) = \sqrt{\frac{\ln(1-y)}{x}}$.
   (a) Določi naravno definicijsko območje funkcije f in ga natančno nariši.
   (b) Če obstajajo, natančno nariši nivojnice N_0, N_{-1} in N_1.

3. Ali je funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2+y^3}{x^2+y^2} & ; \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\} \\ 0 & ; \quad (x,y) = (0,0), \end{cases}$$
   parcialno odvedljiva? Ali je zvezno parcialno odvedljiva? Utemelji!

4. Z diferencialom izračunaj približno vrednost izraza
   (a) $\frac{-1.03 * 0.97}{5.1}$,
   (b) $\ln(\sqrt[3]{1.02} + \sqrt[4]{0.94}) - 1$.

5. Potencial električnega polja v točki (x,y) se izraža kot $V = \ln(\sqrt{x^2+y^2})$. Izračunaj spremembo V v točki $(2,2)$ v smeri točke $(4,3)$.

6. Če ima polinom x^2+ax+b realni ničli, potem funkcija g paru (a,b) priredi manjšo od obeh ničel polinoma.
   (a) Poišči definicijsko območje funkcije g.
   (b) Izračunaj približno vrednost v točki $(-1.01, -1.97)$.

7. Poišči in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije f, $f(x,y) = (x-y)(1-xy)$, če obstajajo.

8. Poišči pozitivna števila x, y in z, da bo $x+y+z = 18$ in bo produkt xyz maksimalen.

9. Med vsemi točkami na krivulji $\mathcal{K}$ z enačbo $x^2 + 2xy + 2y^2 - 8y + 7 = 0$ poišči tisto, ki je najbolj oddaljena oz. najmanj oddaljena od osi x.
10. Za funkcijo f, $f(x, y, z) = \frac{\sqrt{xy}}{z}$, zapiši Taylorjev polinom druge stopnje v točli $(1, 1, 1)$.
11. Krivulja $\mathcal{K}$ je podana kot presek ploskev
$$\mathcal{P}_1 \ : \ x^2 + y^2 = 1 \ \text{ in } \ \mathcal{P}_2 \ : \ z = 1 - y^2.$$
    (a) Parametriziraj krivuljo $\mathcal{K}$ in jo natančno nariši kot presek ploskev.
    (b) Če obstajajo, poišči ekstreme funkcije f, $f(x, y, z) = \frac{yz}{x^2+1}$, če $(x, y, z) \in \mathcal{P}_2$.
12. Zapiši enačbo tangentne ravnine na ploskev $\mathcal{P} : x^2 + y^2 + 1 = -xz$ v tistih točkah, kjer krivulja $\mathcal{K} : r(\varphi) = (\cos(\varphi), \sin(\varphi), 2)$, $\varphi \in \mathbb{R}$, seka ploskev $\mathcal{P}$.
13. Ploskev $\mathcal{P}$ je določena z enačbo $z = x^2$, pri čemer velja pogoj $x^2 + y^2 \leq 1$.
    (a) Skiciraj in parametriziraj ploskev $\mathcal{P}$.
    (b) Izračunaj enačbo normale na ploskev v točki $T(0, 0, 0)$.
14. Naj bo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dvakrat zvezno odvedljiva funkcija. Izračunaj
$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad} f).$$
15. Dan je integral
$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{2y-y^2}} dx.$$
    (a) Zamenjaj vrstni red integracije in zapiši ustrezni dvojni integral.
    (b) Izračunaj integral.
16. Izračunaj ploščino območja, ki ga določa krivulja z enačbo
$$(x^2 + y^2)^2 = y^2,$$
pri pogoju $y \geq 0$.
17. Izračunaj trojni integral
$$\iiint\limits_G x^4 y^4 \, \mathrm{d}V$$
po območju G določenim z neenačbo $0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2$.
18. V sfernih koordinatah je podan trojni integral
$$I = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta \int_{\frac{1}{2\sin\theta}}^{2} \cos\theta \, \mathrm{d}r.$$
    (a) Skiciraj integracijsko območje v kartezičnih koordinatah in trojni integral I zapiši v cilindričnih koordinatah.
    (b) Izračunaj trojni integral I.