

Skupina odda en skupen izvod na zagovoru domačih nalog do roka, ki bo objavljen na **MS Teams**. Zagovor bo objavljen na spletni strani. Naloge naj bodo **zaporedoma in čitljivo rešene vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem** <http://atom.uni-mb.si/ukemat/VpisniList.pdf>. Kasneje oddane domače naloge oziroma nečitljivo napisane in brez mape ne bodo upoštevane.

1. Izračunaj odvode funkcij, ki so podane s predpisi

(a) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$,

(b) $f(x) = e^{2x} \sin(3x)$,

(c) $f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$,

(d) $f(x) = x^{\arctan x}$.

2. S pomočjo diferenciala izračunaj približno vrednost $\frac{1}{\sqrt{144,5}}$.

3. Poišči tako funkcijo s katero bi s pomočjo diferenciala izračunal približno vrednost $\sqrt{100,2}$ tako, da je $|h| < 1$ (kjer je h vrednost iz formul iz vaj).

4. Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \frac{2x^2-1}{x}$.

(a) Ali obstaja normala na graf funkcije f , ki je vzporedna s simetralo sodih kvadrantov? Če obstaja, jo poišči.

(b) Poišči vse točke (x_0, y_0) na grafu funkcije f , za katere velja, da tangenta na graf funkcije f v točki (x_0, y_0) poteka tudi skozi točko $(0, 1)$.

5. Krivulja \mathcal{K} je podano z enačbo $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$. Naj bo t tangenta na krivuljo \mathcal{K} v sečišču krivulje \mathcal{K} s simetralo lihih kvadrantov, kjer je prva koordinata sečišča različna od 0. Poišči enačbe vseh takšnih tangent t in preveri, da je vsaka takšna tangenta t pravokotna na simetralo lihih kvadratnov.

6. Funkciji f in g sta podani s predpisoma:

$$f(x) = xe^x \quad \text{in} \quad g(x) = -2x^2e^x.$$

(a) Izračunaj enačbo normale na graf funkcije g v točki $T(0, 0)$.

(b) Pod katerim kotom se sekata grafa funkcij f in g v sečiščih.

7. Izračunaj naslednej limite.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x} - x}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 + \sin(2x))^{\frac{1}{x}}}{e^2} \right)^{\frac{1}{-x}}$,

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x^2}{e^{x^2}} \right)^{\frac{1}{x^2}}$,

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{e^x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

8. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = (x^2 + x)e^{-2x}.$$

(a) Ali obstajajo lokalni ekstremi funkcije f ? Če obstajajo, jih določi in klasificiraj.

(b) Določi intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije f .

9. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right).$$

(a) Ali obstajajo lokalni ekstremi funkcije f ? Če obstajajo, jih določi in klasificiraj.

(b) Določi intervale naraščanja in padanja funkcije f .

10. Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \ln(3x^2 - x^3)$.

(a) Določi naravno definicijsko območje f in določi lokalne eksteme funkcije f , če obstajajo.

(b) Določi intervale naraščanja in padanja funkcije f .

(c) Izračunaj $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot f(x))$.

11. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x+1}.$$

(a) Zapiši Taylorjev polinom druge stopnje v točki $a = 0$.

(b) Določi naravno definicijsko območje funkcije f ter nato določi še intervale naraščanja in padanja funkcije f .

12. Z uporabo odvodov čimbolj natančno nariši graf funkcije

(a) $f(x) = \frac{x^2}{x-5}$,

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$,

(c) $f(x) = \ln(\cos x)$,

(d) $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$.

(Df , ničle, poli, asimptote, obnašanje na robu Df , stacionarne točke, ekstremi, monotonost, konveksnost in konkavnost).

13. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

Zapiši Taylorjev polinom tretje stopnje v $a = 0$ in ga skiciraj na intervalu $[-1, 1]$ (za ta polinom določi ekstreme, intervale naraščanja in padanja, intervale konveksnosti in konkavnosti).

14. Za funkcijo f , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \sqrt{\cos(x) + 1},$$

zapiši Taylorjev polinom druge stopnje v $a = \frac{\pi}{2}$.

15. Med vsemi valji s površino π poišči tistega, ki ima največji volumen. Volumen tega valja tudi izračunaj.