

1. domača naloga

Skupina odda en skupen izvod **pol ure pred testom v kabinetu A-415**.
Naloge naj bodo

1. reševane na bele ali črtaste A4 liste,
2. reševane zaporedoma,
3. čitljivo zapisane,
4. vložene v mapo skupaj z izpolnjenim obrazcem, ki najdete na <https://www.fkkt.um.si/ukemat/VpisniList.pdf>.

Kasneje oddane domače naloge oziroma nečitljivo napisane in brez mape ne bodo upoštevane.

1. Poišči vse matrike, ki komutirajo z matriko

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Za poljubno naravno število n izračunaj A^n , kjer je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

3. Izračunaj

$$\det \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Za katera realna števila x obstaja inverz matrike

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & x & 2x & 3x & 4x \\ 0 & x & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & x \\ 0 & -1 & x & 0 & 0 \end{bmatrix}?$$

Utemelji!

5. Reši matrično enačbo

$$AXB - AB = XB,$$

kjer sta

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -4 & 3 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. Reši matrično enačbo

$$AX = B^T X + C,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

7. Naj bo $A \in M_2(\mathbb{R})$. Dokaži ali ovrzi: če je $A^2 = I$, tedaj je $A = I$ ali $A = -I$.

8. Poišči rešitev sistema enačb

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 1 \\ x + 3y - z &= 2 \\ x - 8y + 3z &= -3 \end{aligned}$$

9. V odvisnosti od realnega parametra a s pomočjo Cramerjevega pravila reši sistem enačb

$$\begin{aligned} x + ay &= 1 \\ -x + ay + 2z &= -1 \\ 2x + 3y + az &= 2a. \end{aligned}$$

10. V odvisnosti od realnega parametra a s pomočjo Gaussove eliminacije reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax + 2y + 2z &= a \\ 2x - y + z &= 1 \\ 2x + ay + z &= 1. \end{aligned}$$

11. Glede na realni parameter a reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax - y + 3z &= 2 - a \\ x - 2y + 3z &= 1 \\ x - y + az &= -1. \end{aligned}$$

12. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

13. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ 8 & -6 & 0 \\ -6 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

14. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A \in M_3(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

15. Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & n-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \end{bmatrix}.$$