

# Integralni račun

## Osnove nedoločenega integrala

1. Izračunaj naslednje nedoločene integrale:

(a)  $\int dx$

(b)  $\int x^3 + 3 + x^{-2} dx,$

(c)  $\int \sqrt{x} + \sqrt[3]{4x} dx,$

(d)  $\int 13^x + e^x + 13 dx,$

(e)  $\int \cos 2x + \sin 2x dx,$

(f)  $\int \frac{x^2 + 4x + 4}{x} dx,$

(g)  $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx,$

(h)  $\int \frac{1}{3x + 9} dx,$

(i)  $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx,$

(j)  $\int \frac{1}{16x^2 + 4} dx,$

(k)  $\int \frac{1}{x^2 - 36} dx,$

(l)  $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 18}} dx,$

---

(m)  $\int \frac{1}{\sqrt{(2x)^2 - 100}} dx,$

(n)  $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx,$

(o)  $\int \sinh ax dx,$

(p)  $\int \cos^2 x dx,$

(q)  $\int \sin^2 x dx$

(r)  $\int \frac{2^x}{3^{x-1}} dx.$

## Integracijske metode

1. Z uvedbo nove spremenljivke izračunaj naslednje nedoločene integrale:

(a)  $\int \frac{x}{(x^2 + 5)^{505}} dx,$

(b)  $\int \frac{x^3}{x^8 + 2} dx$

(c)  $\int \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 25} dx,$

(d)  $\int \tan x dx,$

(e)  $\int \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx,$

(f)  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$

(g)  $\int x\sqrt{x-2} dx,$

(h)  $\int x\sqrt{x^2+1} dx,$

(i)  $\int \sqrt{1-x^2} dx,$

(j)  $\int \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx,$

- 
- (k)  $\int x^2 e^{x^3} dx,$   
(l)  $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx,$   
(m)  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$   
(n)  $\int \frac{1}{x \ln x^2} dx,$   
(o)  $\int 2^x (2^x + 1)^3 dx.$

2. Z uporabo integriranja po delih izračunaj naslednje nedoločene integrale:

- (a)  $\int x \cos x dx,$   
(b)  $\int x^2 \sin x dx,$   
(c)  $\int x^2 e^2 x dx,$   
(d)  $\int x^2 \arctan x dx,$   
(e)  $\int 2x e^{2x} dx,$   
(f)  $\int \frac{\arctan e^x}{e^x} dx,$   
(g)  $\int x^2 \cosh x dx,$   
(h)  $\int \ln x dx,$   
(i)  $\int x^2 \ln^2 x dx,$   
(j)  $\int x^9 \ln x^5 dx.$

3. Na tri načine (direktno, z uvedbo nove spremenljivke in integriranja po delih) izračunaj integral

$$\int \cos x \sin x dx.$$

---

4. S pomočjo metode Ostogradskega izračunaj naslednje nedoločene integrale racionalnih funkcij:

(a)  $\int \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx,$

(b)  $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$

(c)  $\int \frac{(x + 2)}{(x - 1)(x + 1)} dx$

(d)  $\int \frac{x - 2}{x^2 + x + 1} dx,$

(e)  $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx,$

(f)  $\int \frac{x}{(x + 1)(x + 2)^2} dx,$

(g)  $\int \frac{x^2 - 1}{x^2(x + 2)(x - 2)(x + 4)} dx,$

(h)  $\int \frac{x^2 + 1}{(x + 5)^2(x - 1)^3} dx,$

(i)  $\int \frac{x^2}{(x + 1)^2(x^2 + 2)} dx,$

(j)  $\int \frac{x^2 + x}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 4)} dx,$

(k)  $\int \frac{1}{(x^2 + 3)^2} dx.$

5. Izračunaj naslednje nedoločene integrale iracionalnih funkcij:

(a)  $\int \sqrt{x^2 - x} dx,$

(b)  $\int \sqrt{2x^2 + 2x + 1} dx,$

(c)  $\int \sqrt[3]{(3x + 6)^4},$

(d)  $\int \frac{1}{\sqrt[5]{(5x + 1)^7}},$

(e)  $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 16x - 28}} dx,$

- 
- (f)  $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{2 - x - 2x^2}} dx,$   
(g)  $\int \frac{x}{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}} dx,$   
(h)  $\int \frac{1}{(x - 2)\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx,$  (uporabi  $t = \frac{1}{x-2}$ ).

6. Izračunaj naslednje nedoločene integrale funkcij sinus in cosinus:

- (a)  $\int \sin^4 x dx,$   
(b)  $\int \sin^3 x \cos x dx,$   
(c)  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx,$   
(d)  $\int \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin x} dx,$   
(e)  $\int \sin 2x \cos 3x dx,$   
(f)  $\int \sin 2x \sin 5x dx,$   
(g)  $\int \cos x \cos 4x dx,$   
(h)  $\int e^x \sin 2x dx,$   
(i)  $\int e^{2x} \cos 4x dx,$   
(j)  $\int \frac{1 + \sin x}{\sin x \cos x} dx,$   
(k)  $\int \frac{1}{\sin^3 x \cos x} dx,$   
(l)  $\int \frac{1}{2 \sin x - 3 \cos x + 3} dx,$   
(m)  $\int \frac{1}{4 - 3 \cos^2 x} dx.$

---

## Določen integral in njegova uporaba v geometriji

1. Izračunaj naslednje določene integrale:

(a)  $\int_{-1}^1 (1 - 3x^2) dx,$

(b)  $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+2x-3} dx,$

(c)  $\int_{\frac{3\pi}{2}}^0 x + \sin 2x dx,$

(d)  $\int_0^1 \frac{x2^x}{1+2x^2} dx.$

2. Izračunaj ploščino območja pod grafom funkcije  $f(x) = \cosh x$  na intervalu  $[0, 1]$ .

3. Izračunaj ploščino območja pod grafom funkcije  $f(x) = x^2 - 2$  na intervalu  $[-1, 1]$ .

4. Izračunaj ploščino območja med  $f(x) = x$  in  $g(x) = \frac{x^3}{4}$  na intervalu  $[2, 4]$ .

5. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujejo grafi funkcij  $y = 0$ ,  $y = -x^2 + 4$  in  $y = x + 2$ .

6. S pomočjo integrala izračunaj ploščino, ki jo omejuje elipsa  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ .